

Mécanique des fluides – Circulation

Chapitre 1 Rhéologie : Classification rhéologique des tissus

I. Éléments de rhéologie

1) Définition

Rhéologie : étude de la déformation et de l'écoulement de la matière sous l'effet d'une contrainte associée à une force

Objectifs : étude des **propriétés rhéologiques** et **classification** des matériaux

- Tissus vivants (vaisseaux, tissus osseux, tendons, ...)
- Artificiels (prothèses vasculaires et osseuses, ...)
- Tissus synthétiques (peau artificielle, ...)

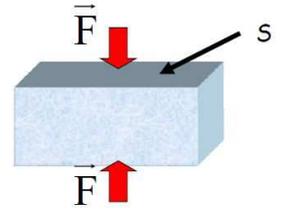
Tout matériau (tissu) est déformable : ses **propriétés mécaniques dépendent du mode de déformation**

Adaptation du comportement mécanique aux conditions physiologiques

Ex : dépôt de graisse sur la paroi d'une artère = anévrisme

2) Notion de contrainte (effort)

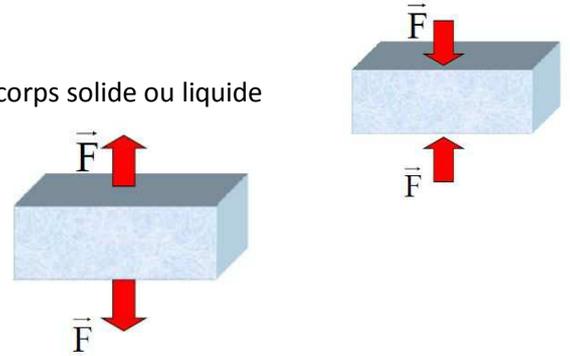
Soit un solide ou un liquide de section S soumis de part et d'autre de S à une force F **perpendiculaire** à S



Contrainte (effort) : $\sigma = F/S$ unité : $N.m^{-2}$ ou Pa

On distingue :

- **Contraintes de Pression (compression) :** forces dirigées vers le corps solide ou liquide
- **Contraintes de Tension :** forces dirigées vers l'extérieur



Si F **non perpendiculaire** à S : 2 composantes élémentaires

- Contraintes de **Pression ou de Tension** : perpendiculaire à S
- Contraintes de **Cisaillement** : tangentielle à S

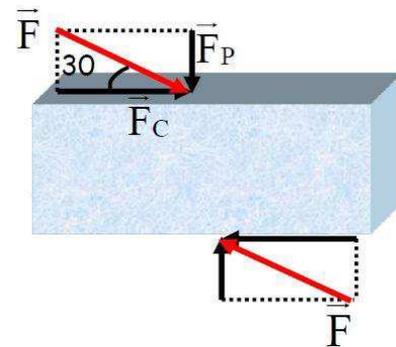
Exemple : angle de 30° entre F et S

- Composante pression : $F_p = \sin(30) \cdot F$

$$\sigma_p = \frac{F}{2S}$$

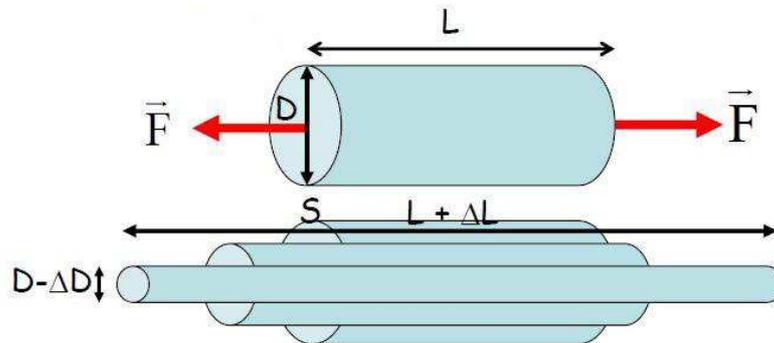
- Composant cisaillement : $F_c = \cos(30) \cdot F$

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{3}F}{2S}$$



3) Notion de déformation

Soit un cylindre de longueur L et de section S sur lequel on applique au temps t_0 une contrainte de tension constante σ_T



Déformation : - variation relative de longueur : $\epsilon_1 = \frac{\Delta L}{L}$

- variation relative de diamètre : $\epsilon_2 = \frac{\Delta D}{D}$

La déformation est indépendante de la longueur, exprimée en pourcent

Les variations relatives varient en sens inverse et sont reliées entre elles par la relation :

$$\epsilon_2 = -\mu \cdot \epsilon_1$$

μ : coefficient de Poisson, dépend de la forme, structure, nature du matériau

II. Différents types de déformation: classification rhéologique des matériaux

1) Traction et Compression

Déformations associées à des contraintes de Tension et de Pression : **Traction** et **Compression**

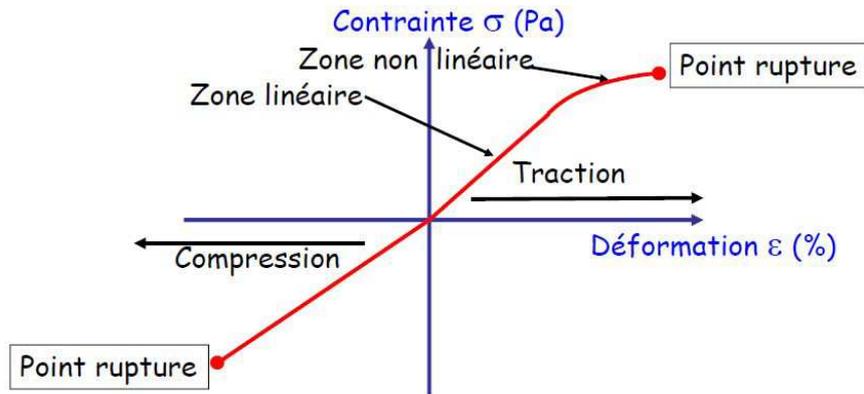
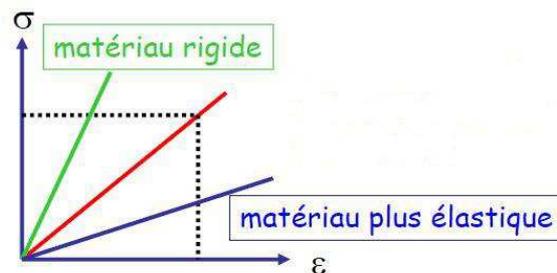


Diagramme contrainte - déformation

a) Corps élastiques

Corps linéairement élastique : Déformation proportionnelle à la contrainte

⇒ Suppression de la contrainte = retour à la forme initiale (ex : peau)



Loi de Hooke : $\gamma = \sigma / \epsilon$ γ = module de Young (N.m⁻¹)

⇒ Plus le module de Young est élevé, plus le matériau est rigide

Application : Etirement d'une artère sous l'effet d'une force (allongement ΔL de l'artère)

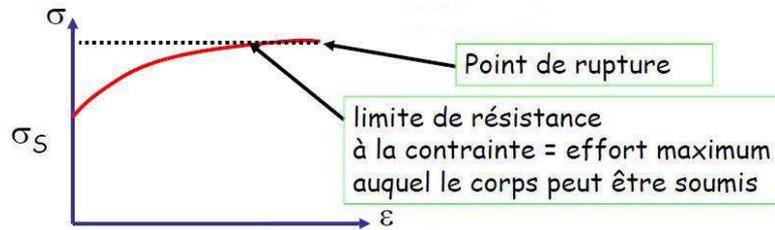
Constante d'élasticité k (N.m⁻¹) avec : $k = F / \Delta L$

Relation entre la constante d'élasticité et le module de Young

$$\gamma = \frac{k.L}{S} \vec{F}$$

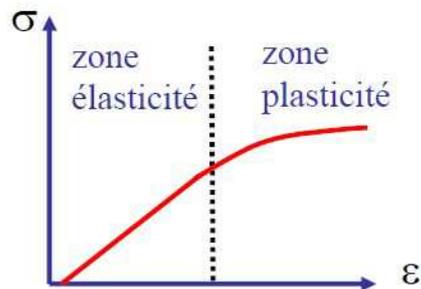
b) Corps plastiques

Déformation à partir d'un seuil de contrainte σ_S → relation non linéaire
Suppression de la contrainte → déformation permanente



c) Corps élastico-plastique

La limite d'élasticité est la contrainte à partir de laquelle un matériau commence à se déformer de manière irréversible.

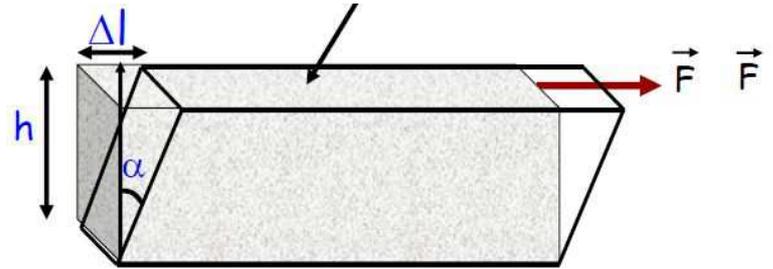


2) Cisaillement

Déformations associées à des contraintes de cisaillement.

Exemple : Déformation d'une rame de papier par une force F parallèle (tangentielle) à la surface S

$$\tan(\alpha) = \frac{\Delta l}{h}$$



Déplacement Δl des feuilles situées au dessus de la rame

Déformation par cisaillement :

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{G} \sigma_c = \frac{1}{G} \frac{F}{S}$$

avec G le **module de cisaillement** en N.m^{-2} (GPa)

III. Propriétés rhéologiques des liquides et des corps viscoélastiques

Viscosité : résistance à l'écoulement d'un fluide

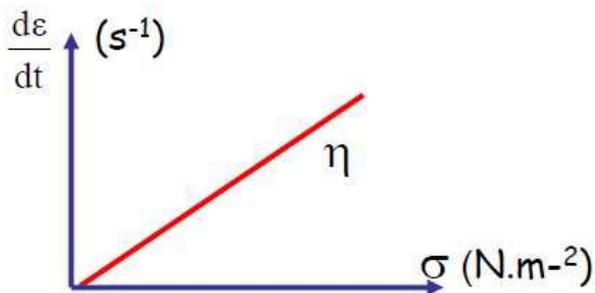
1) Liquide non visqueux

Liquide tellement déformable qu'**aucune force ne s'oppose à sa déformation**.

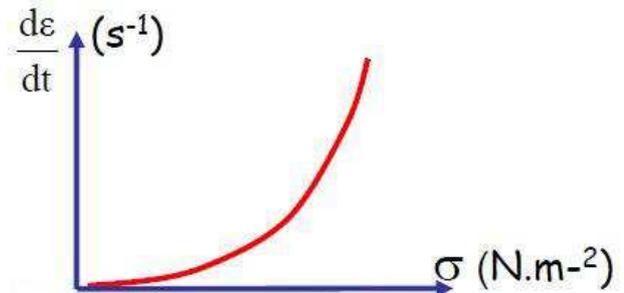
⇒ $\sigma = 0$ quelque soit ε : notion théorique

2) Liquide visqueux

Liquide qui peut se déformer à une **vitesse constante** sous l'effet d'une contrainte non nulle donnée.



Liquide newtonien : vitesse de déformation **proportionnelle** à la contrainte (viscosité η)
ex : l'eau, le plasma



Liquide non newtonien : vitesse de déformation **non proportionnelle** à la contrainte
ex : le sang car mélange de plasma et de cellules

3) Corps viscoélastique

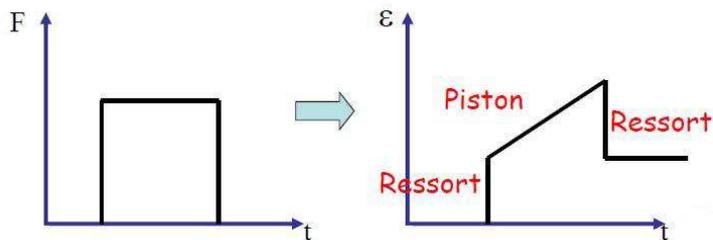
Comportement mixte (la plupart des tissus humains)

a) Modèle de Maxwell

Ressort (propriétés élastiques) et piston (propriétés de viscosité) en série

Ressort : - déplacement immédiat sous effet d'une force F
- réversible (retour à sa forme initiale)

Piston : - déplacement progressif sous effet d'une force F
- irréversible (pas de retour à sa forme initiale)



b) Modèle de Kelvin

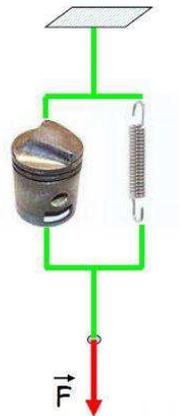
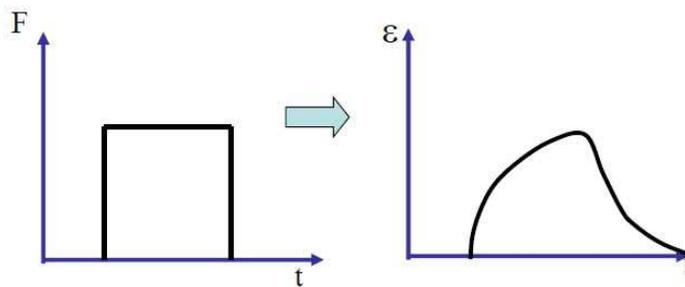
Ressort et piston en parallèle

Le piston contrôle la vitesse de déformation du ressort

Ce modèle n'autorise pas de déformations rapides

Exemple : parois vasculaires

Modèles de Kelvin et Maxwell éloignés de la réalité : modèle mixte

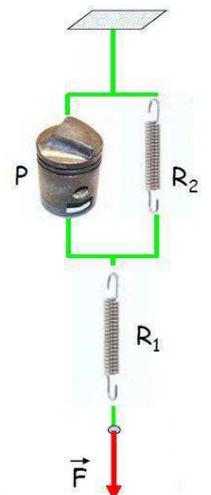
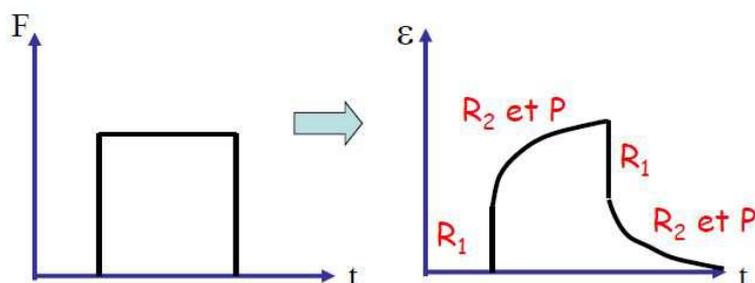


c) Modèle mixte

Ressort (R_2) et piston (P) en parallèle et ressort (R_1) en série

Application : déformation des ligaments et tendons

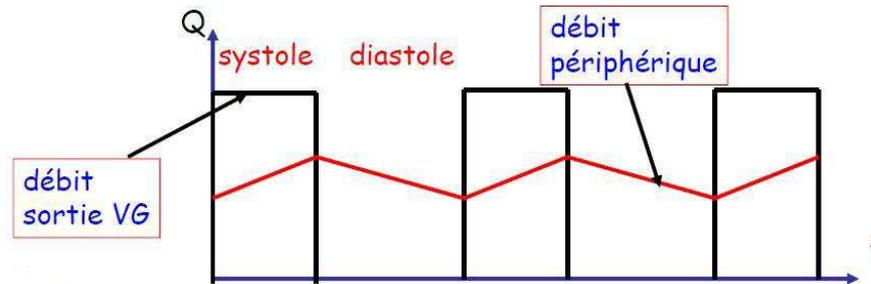
Restitution progressive de l'énergie pour limiter les risques de rupture



Chapitre 2 Propriétés rhéologiques des parois vasculaires

Vaisseaux : extensibles et élastiques

- ⇒ Débit sanguin périphérique permanent malgré un débit en sortie de ventricule gauche pulsatile
- ⇒ Pression artérielle minimale pour éviter la fermeture des artères



Ceci est possible grâce aux propriétés rhéologiques des parois vasculaires :

- **Elasticité**
- **Capacitif**

I. Elasticité et tension superficielle

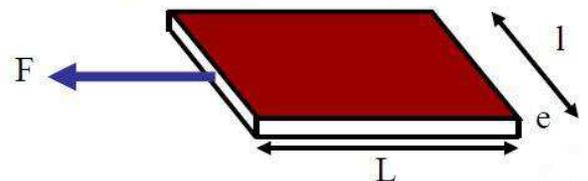
Application de la loi de Hooke : pour un corps élastique, il existe une relation entre la force exercée et la déformation résultante telle que :

$$F = \gamma \cdot S \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

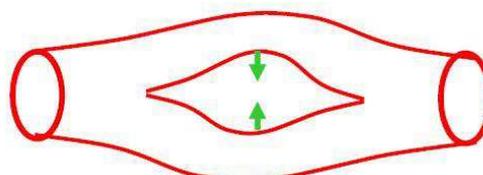
Cas d'une lame mince de surface $S = e \cdot l$

$$F = \gamma \cdot e \cdot l \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

$$T_s = \frac{F}{l} = \gamma \cdot e \cdot \frac{\Delta L}{L} = \sigma \cdot e \quad (N \cdot m^{-1})$$



Tension superficielle T_s : force nécessaire pour rapprocher les deux extrémités d'une paroi élastique après incision linéaire et lutter ainsi contre la pression à l'intérieur du conduit



II. Tension superficielle d'un vaisseau

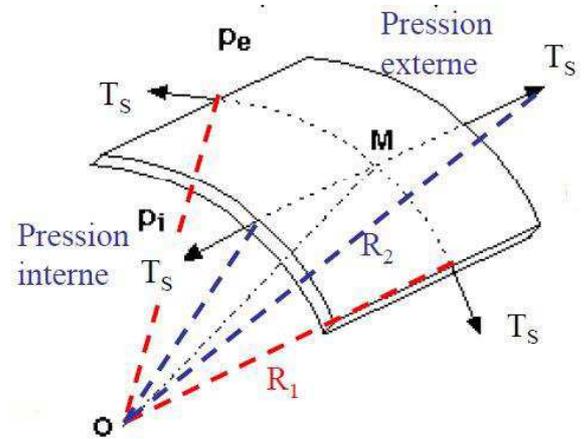
1) Loi de Laplace

Une lame élastique tendue est capable d'équilibrer une différence de pression transmurale $\Delta P (= P_i - P_e)$ entre ses faces en prenant une forme concave vers la pression la plus forte.

$$\Delta P = T_s \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

R_1 et R_2 : rayons de courbure

T_s : tension superficielle exercée sur la lame

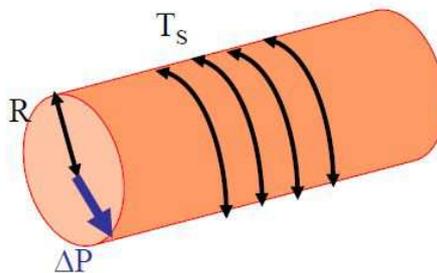


Application à la circulation du sang dans un vaisseau

La loi de Laplace traduit un équilibre entre les forces de distension et de constriction.

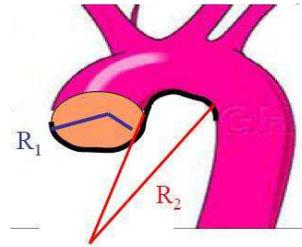
- ⇒ **Forces de distension** : action de la différence de pression entre le sang et le milieu extravasculaire appelée **différence de pression hydrostatique** (favorise la dilatation du vaisseau)
- ⇒ Dilatation compensée par des **forces de constriction** (structure musculoélastique de la paroi vasculaire) = **tension superficielle** (assimilable à une bobine de fer qui viendrait entourer le vaisseau)

Les artères étant cycliques, $R_2 = \infty$, soit : $\Delta P = T_s / R$

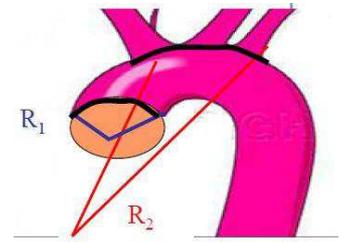


2) Cas de la crosse aortique

Plancher : 2 courbures en sens contraire

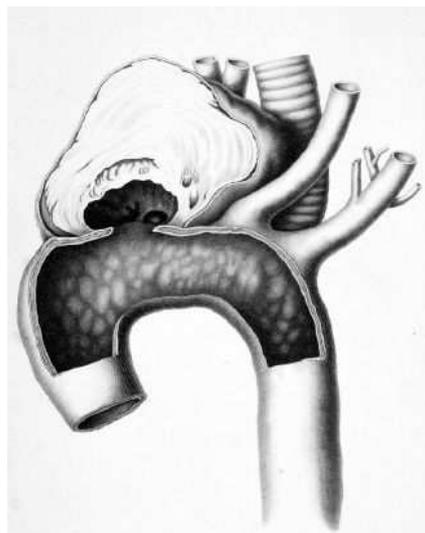


Plafond : 2 courbures de même sens



L'application de la loi de Laplace permet de dire que **la tension superficielle du plancher est supérieure à la tension superficielle du plafond** (voir démonstration).

L'épaisseur du plafond est donc moindre, ce qui le rend fragile et rend plus fréquent les **anévrismes**.



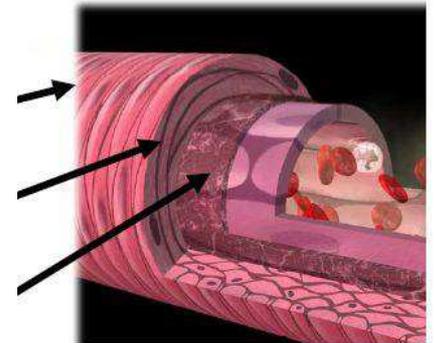
III. Diagramme Tension-Rayon des parois vasculaires

1) Rappel histologique

Conséquences de la Loi de Laplace : la tension superficielle d'un vaisseau permet de maintenir son rayon constant pour une surpression ΔP donnée

La tension superficielle dépend directement de la structure histologique des parois vasculaires

- **Adventice** : tissu conjonctif avec fibroblastes, **élastine** et **collagène**
- **Média** : **cellules musculaires lisses** avec **élastine** et **collagène**
- **Intima** : cellules endothéliales et **élastine**



Muscle relâché	$\gamma = 50 \text{ N.m}^{-2}$
Elastine	$\gamma = 3.10^3 \text{ N.m}^{-2}$
Collagène	$\gamma = 6.10^6 \text{ N.m}^{-2}$

2) Diagramme Tension-Rayon des artères élastiques pures

a) Diagramme Tension-Rayon

Artère élastique pure : contient uniquement du collagène et de l'élastine (cas de l'aorte et des gros vaisseaux)

Loi de Hooke pour une lame : T_s proportionnel à l'allongement et au module de Young

$$T_s = \gamma \cdot e \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

Loi de Laplace pour un cylindre : T_s proportionnel au rayon R

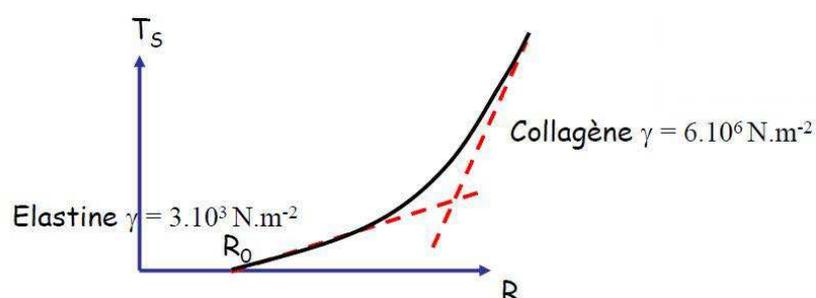
$$T_s = \Delta P \cdot R$$

⇒ ΔP : pente de la relation (coef. de proportionnalité) entre la tension superficielle et le rayon de l'artère, et dépend du module de Young de la paroi

Diagramme Tension-Rayon : résultante de la contribution successive de l'élastine et du collagène

La valeur de T_s pour une valeur donnée de R est une **caractéristique d'une artère** donnée.

Chaque artère est caractérisée par un diagramme spécifique qui **dépend de la structure histologique** de l'artère = ensemble des valeurs de R possible en fonction de ΔP .



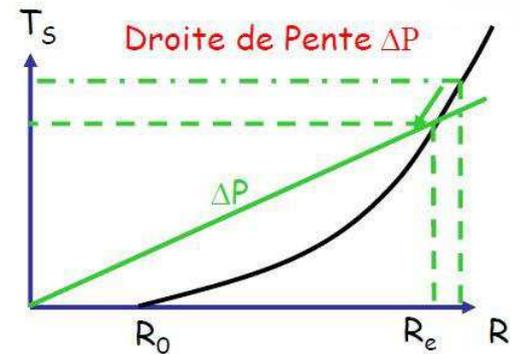
b) Rayon d'équilibre

Application d'une pression transmurale ΔP : équilibre entre les forces de dilatation (associées à la ΔP) et les forces de constriction (caractérisées par le diagramme Tension-Rayon)

Rayon d'équilibre R_e : intersection entre la droite de pente ΔP et le diagramme Tension-Rayon

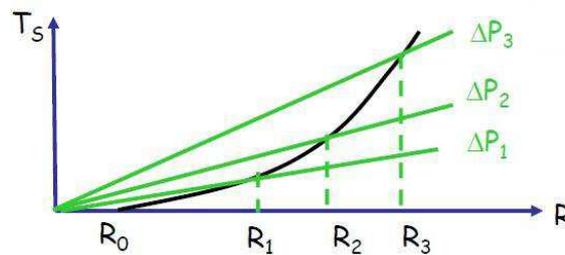
Si variation physiologique de ΔP : variation de R_e
Alors variation de T_s dans le même sens ce qui ramène le rayon à sa valeur initiale R_e .

T_s : modulation fine

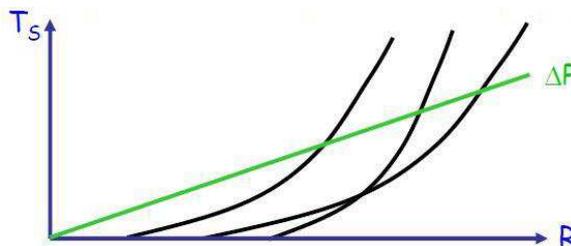


c) Facteurs influençant le rayon d'équilibre R_e

Pour une artère donnée, le rayon d'équilibre R_e dépend de ΔP .



Le diagramme dépend de l'artère (nature histologique).



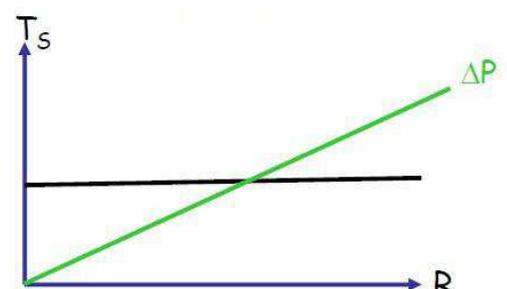
3) Diagramme Tension-Rayon des artères musculaires pures

Artère musculaire pure : contient uniquement des cellules musculaires lisses

Pour un état de contraction donné, la T_s est pratiquement indépendante de R .

Equilibre instable : la T_s ne varie pratiquement pas et ne peut pas compenser une variation du rayon

⇒ Si ΔP varie, éclatement ou fermeture du vaisseau



4) Artères musculoélastiques (artères mixtes)

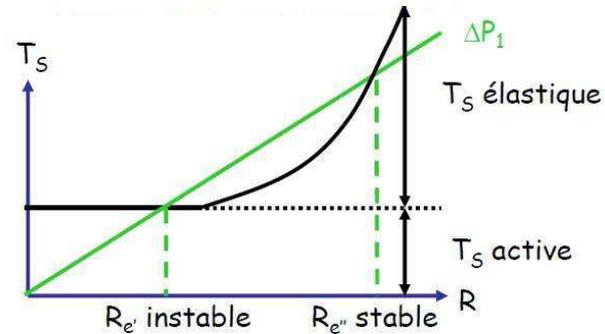
a) Diagramme Tension-Rayon et rayon d'équilibre

Artères musculoélastiques : composées de cellules musculaires lisses d'une part et d'élastine et de collagène d'autre part

Composante active : liée à l'intensité de la contraction musculaire
 ⇒ Fournie à l'artère son tonus de base

Composante élastique : adaptation du rayon en fonction de ΔP

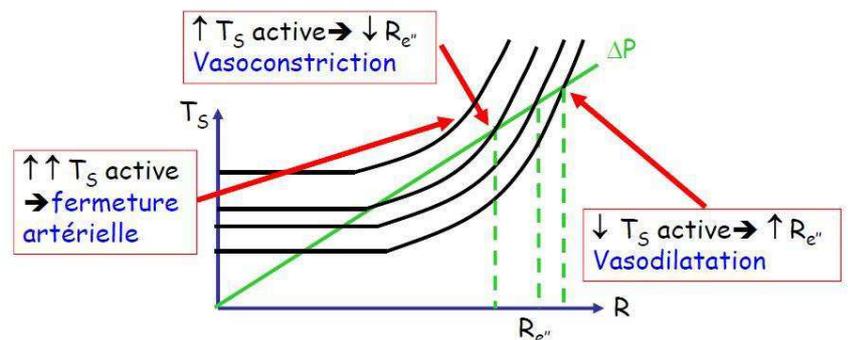
L'équilibre entre ΔP et le T_S correspond au rayon stable.



b) Conséquences

Vasomotricité d'une artère : variation isolée du tonus musculaire à pression transmurale ΔP constante
 ⇒ Variation de la composante active

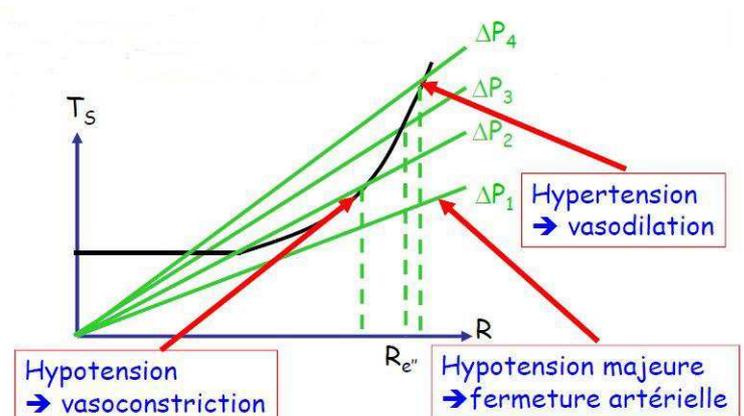
La modulation fine du rayon artériel dépend de la composante élastique, en particulier pour les petites artères et artérioles.



Effet d'une variation de pression transmurale sur une artère mixte à tonus musculaire constant
 ⇒ Variation de la pente

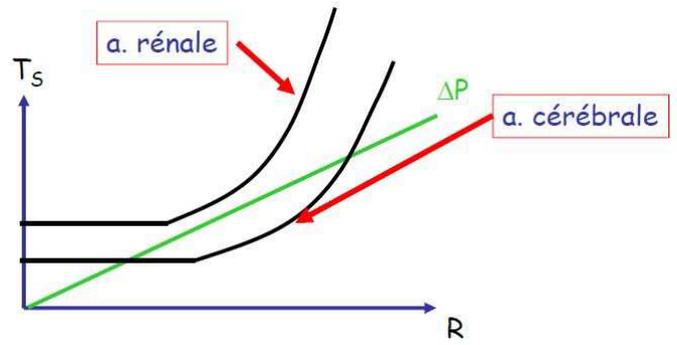
Nécessité de maintenir une pression artérielle minimale au cours du cycle cardiaque pour éviter la fermeture artérielle.

⇒ Rôle de l'aorte et des gros vaisseaux



Effets d'un choc : fermeture de secteurs entiers du lit vasculaire associée à une hypotension majeure

⇒ Permet de préserver le cerveau

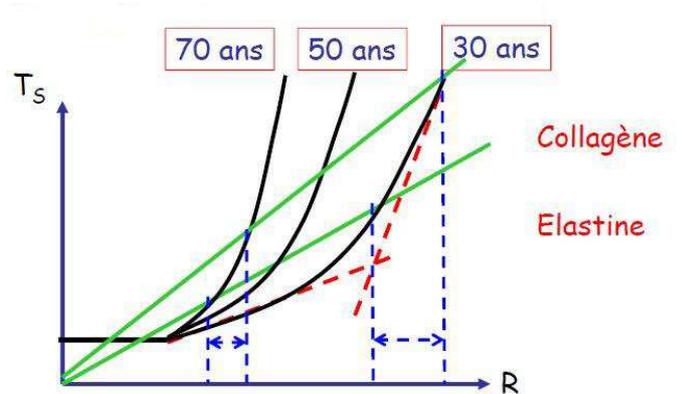


Effet de l'âge sur une artère mixte : la paroi des artères se fibrose (augmentation du collagène et diminution de l'élastine)

⇒ Pente à prédominance collagénique

Modulation de moins en moins fine du rayon aux variations de pression.

Mauvaise adaptation du rayon aux variations de pression artérielle.



IV. Effet capacitif de l'aorte et des gros vaisseaux

Objectif : maintenir la pression artérielle minimale à la sortie des gros vaisseaux au cours du cycle cardiaque pour éviter la fermeture artérielle

L'aorte et les gros vaisseaux sont **essentiellement élastiques**

⇒ Se distendent facilement lors de l'augmentation de la pression

Relation linéaire entre la variation du volume de l'aorte et la variation de pression

$$dV = C \cdot dP$$

dV , variation volume vaisseau (cm^3)

dP , variation pression (kPa)

C , **capacitance** du vaisseau (de l'ordre de $6 \text{ cm}^3 \cdot \text{kPa}^{-1}$) avec une diminution avec l'âge

Conséquences

- **Régulation du débit sanguin**
- **Diminution du travail cardiaque**

1) Régulation du débit sanguin

Aorte et gros vaisseaux assimilables à un **condensateur**

Artérioles, capillaires, veines assimilables à une **résistance**

Q_1 : débit d'entrée discontinu (valve aortique)

Q_2 : débit de sortie \approx continu

Relation entre les débits instantané en entrée Q_1 et en sortie Q_2

(voir démonstration)

$$\frac{dQ_2}{Q_2 - Q_1} = \frac{-1}{RC} dt$$

Résolution de cette équation différentielle :

$$K = Q_2 - Q_1$$

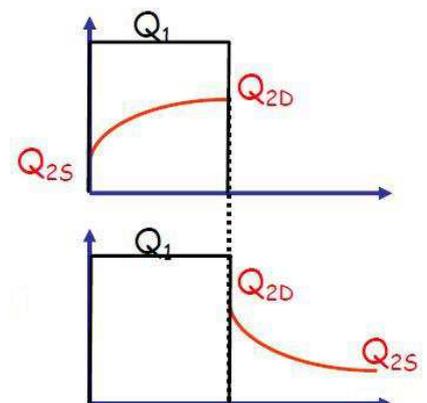
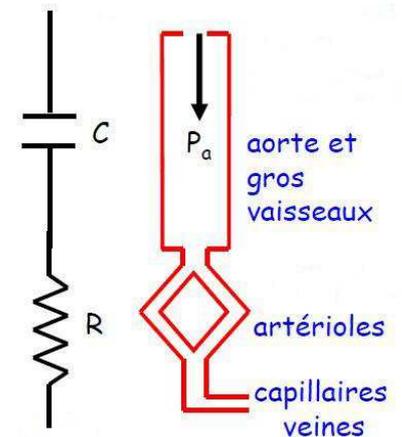
$$Q_2 = Q_1 + K \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

✓ **Début de systole** (Q_1 constant)

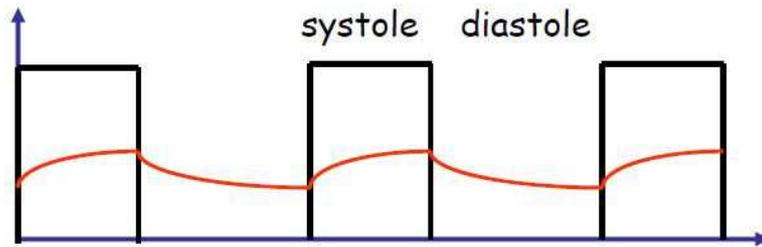
$$Q_{2S} < Q_1 \text{ donc } K \text{ négatif : } Q_2 = Q_1 - |K| \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

✓ **Début de diastole** (Q_1 nul)

$$K = Q_{2D} : Q_2 = Q_{2D} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

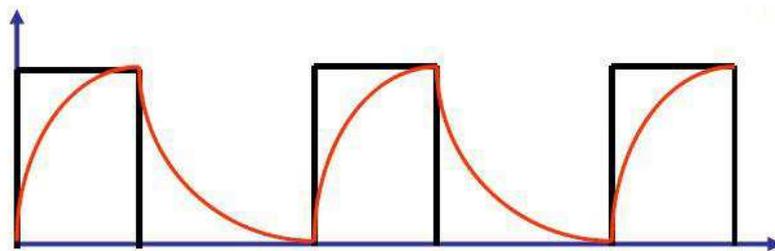


Adaptation du débit sanguin sous l'action des parois vasculaires de l'aorte et des gros vaisseaux



A chaque systole, les gros troncs absorbent une partie de l'énergie du cœur pour la **restituer progressivement** lors de la diastole.

Avec l'âge ou dans certains états pathologiques (athérosclérose), la capacitance diminue : l'aorte et les gros vaisseaux deviennent plus rigides et moins élastiques : **le débit de sortie est mal régulé.**



2) Diminution du travail cardiaque

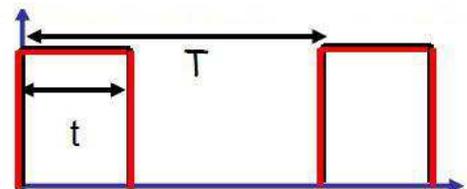
Puissance fournie par le cœur pour assurer le débit sanguin (cf. loi d'Ohm hémodynamique)

$$P = R \cdot Q_2^2$$

Cas avec $C = 0$

$$Q_2 = Q_1$$

$$P_{C=0} = R \cdot Q_1^2 \cdot \tau / T$$



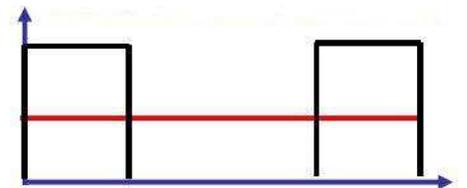
Cas avec $C = \infty$

$$Q_2 = Q_1 \cdot \tau / T$$

$$P_{C=infini} = R \cdot Q_1^2 \cdot (\tau / T)^2$$

T : durée cycle cardiaque

t : durée systole



Donc $P_{C=infini} < P_{C=0}$

Plus les gros troncs sont élastiques, plus la puissance fournie par le cœur pour assurer le débit est faible.

A l'inverse, il faut plus d'énergie :

- Pour le **sujet âgé** car sa capacitance diminue du fait de la fibrose
- **Athérosclérose** : perte d'élasticité par accumulation de lipides (cholestérol LDL) au niveau de l'intima

Chapitre 3 Dynamique des fluides

Objectif : étude des lois fondamentales de la mécanique

⇒ Propriétés de la circulation sanguine

I. Statique d'un liquide incompressible et isotherme

1) Loi de Pascal

Conditions d'équilibre d'un liquide immobile, incompressible et isotherme soit de masse volumique uniforme dans le temps et l'espace.

$$P + \rho gh = cte$$

P : pression du fluide (Pa)

ρ : masse volumique du fluide (kg.m^{-3})

g : accélération de la pesanteur ($\approx 9,81 \text{ m.s}^{-1}$)

h : hauteur (altitude) selon une direction verticale orientée positivement vers le haut (m)

Application : relation pression-hauteur

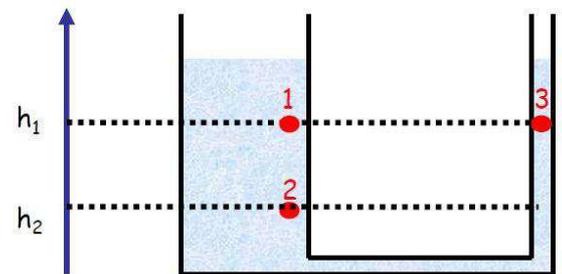
Entre 1 et 2 : $P_1 + \rho gh_1 = P_2 + \rho gh_2$

avec $h_1 > h_2$ $P_2 > P_1$

Entre 1 et 3 : $P_1 + \rho gh_1 = P_3 + \rho gh_3$

avec $h_1 = h_3$ $P_1 = P_3$

⇒ **Pression et hauteur varient en sens opposés**



La loi de Laplace peut également s'écrire :

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \Delta h$$

Principe fondamental de l'hydrostatisme

2) Unités de pression

Unités SI : Pascal (N.m^{-2})

Unités tolérées : Bar ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$)

Atmosphère ($1 \text{ atm} = 1,013 \text{ bar} \approx 10^5$)

Unités utilisées en médecine

Millimètre de mercure ($1 \text{ mm Hg} = 133,4 \text{ Pa}$)

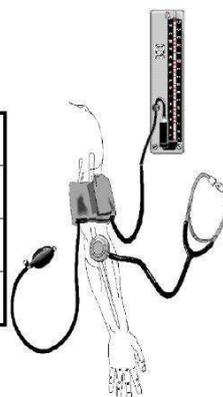
Centimètre d'eau ($1 \text{ cm d}'\text{H}_2\text{O} = 98 \text{ Pa}$)

3) Pression physiologiques

a) Pression artérielle

Différence de pression transmurale dans les artères, force permettant de faire circuler le sang dans l'ensemble des circulations respiratoire et systémique.

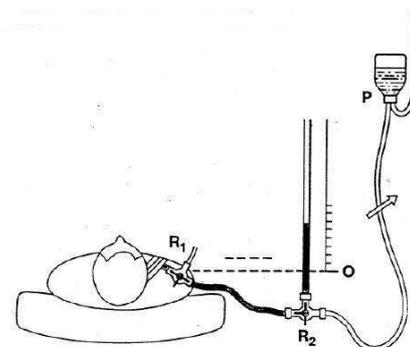
	mm Hg	kPa
Pression systolique	130	17
Pression diastolique	80	10
Pression moyenne	100	13



b) Pression veineuse

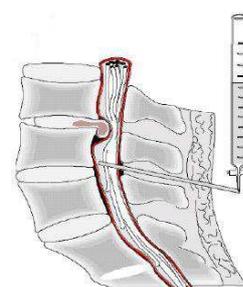
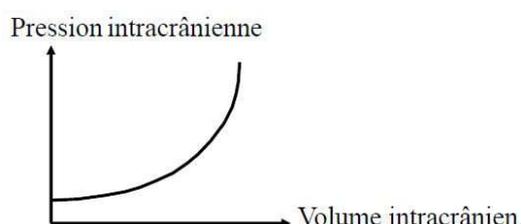
Pression exercée par le sang sur les parois des veines.

- **Pression veineuse périphérique** : ponction d'une veine au pli du creux du coude chez un sujet allongé, comprise entre 3 et 12 cm d'eau
- **Pression veineuse centrale** : cathétérisme dans la veine cave supérieur à l'entrée de l'oreillette droite, inférieur à 8 cm d'eau
Peut devenir nulle ou négative en cas de choc hypovolémique



c) Pression du liquide céphalorachidien (LCR)

Mesurée par ponction lombaire, de l'ordre de 10 à 15 cm d'eau (1 à 1,5 kPa) : reflet de la **pression intracrânienne**
Cas d'hypertension intra crânienne : augmentation de la pression du LCR (>15 cm d'eau) ce qui traduit l'augmentation de la pression à l'intérieur du crâne (ex : tumeur, œdème)



d) Pression intraoculaire

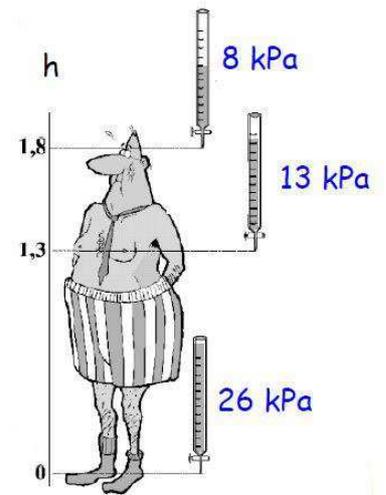
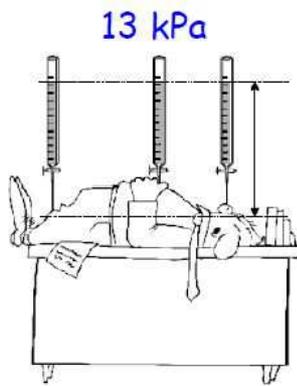
Pression de l'humeur aqueuse : maintient du globe oculaire en état de distension permanente, de l'ordre de 15 mm Hg.

Dans l'œil glaucomeux, augmentation de la pression intraoculaire de 21 à 100 mm Hg (glaucome aigu)

4) Variation de pression avec la posture

Conséquence de la loi de Pascal : $\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \Delta h$

⇒ Mesure de la pression artérielle en position couchée



II. Dynamique d'un fluide incompressible

1) Débit d'un fluide

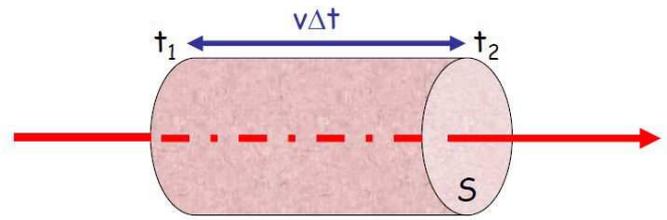
Soit un liquide incompressible passant dans un cylindre de section S à la vitesse moyenne v

l , longueur parcourue pendant Δt :

$$l = v \cdot \Delta t$$

V , volume passant pendant Δt à travers la section S :

$$V = v \cdot \Delta t \cdot S$$



Expression du débit du fluide

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{v \Delta t S}{\Delta t} = S \cdot v \quad (m^3 \cdot s^{-1})$$

Si la section diminue, il y a une augmentation de la vitesse pour maintenir le débit constant (en l'absence de résistances à l'écoulement : fluide non visqueux)

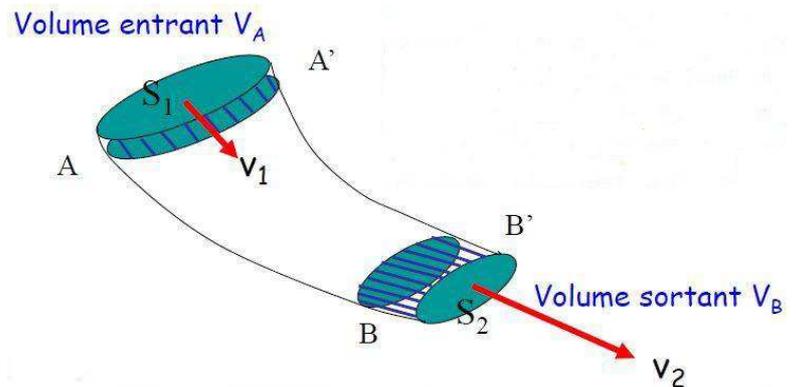
2) Equation de continuité

Liquide incompressible en mouvement : la quantité qui entre dans un volume donné est à tout instant égale à celle qui en sort

S_1 et S_2 : section d'entrée et de sortie

v_1 et v_2 : vitesse d'entrée et de sortie

$$Q = S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \quad \text{soit} \quad S \cdot v = cte$$



Débit constant quelque soit le rayon (conservation de la matière)

⇒ Lorsque l'équation de continuité est vérifiée, le fluide est dit **parfait**.

3) Théorème de Bernoulli

Fluide incompressible parfait en mouvement présentant :

- Ecoulement laminaire sans tourbillon
- Energie totale du fluide constante dans le temps et l'espace : $E_P + E_C = cte$

Energie potentielle = énergie de pression + énergie de pesanteur

Composante statique $E_P = P + \rho gh$

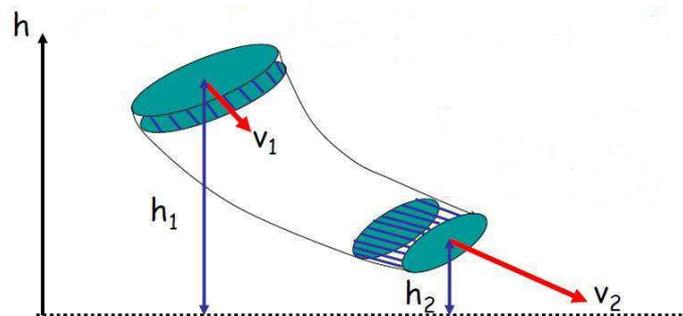
Composante dynamique $E_C = \frac{1}{2} \rho v^2$

L'énergie totale du fluide en mouvement est appelé **charge**.

Théorème de Bernoulli

Un fluide incompressible et parfait possède une charge E constante tout au long du conduit, soit :

$$E = P + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = cte$$



4) Conséquences du Théorème de Bernoulli

a) Fluide au repos

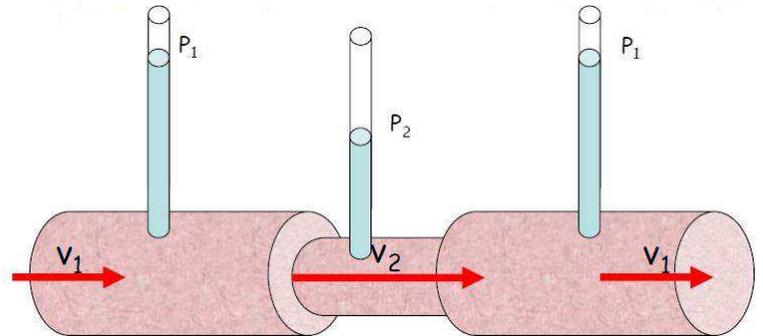
Fluide au repos, $v = 0$ $P + \rho gh = cte$ (loi de Pascal, cas particulier du théorème de Bernoulli)

b) Effet Venturi

Soit un tuyau horizontal de section variable
D'après le théorème de Bernoulli :

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

Puisque $v_2 > v_1$: $P_2 < P_1$

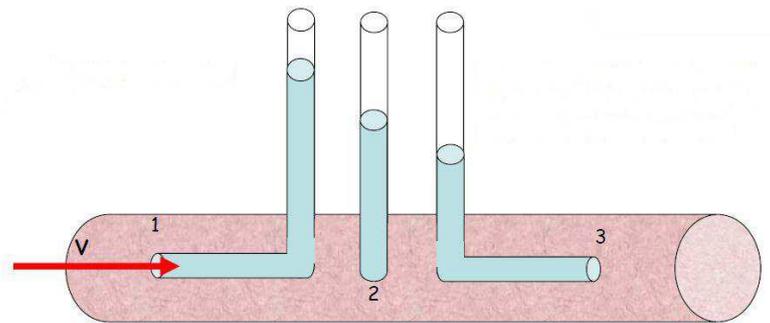


Dans les secteurs rétrécis d'un conduit, la pression est plus faible.

Effet Venturi utilisé pour créer une dépression et ainsi réaliser une aspiration.

c) Tubes de Pitot

Fluide en mouvement
La pression mesurée dans un vaisseau dépend de la position du manomètre.



Position 1 : mesure de la **pression terminale** (somme des composantes statique et dynamique)

Position 2 : mesure de la **pression latérale** (composante statique uniquement car $v = 0$)

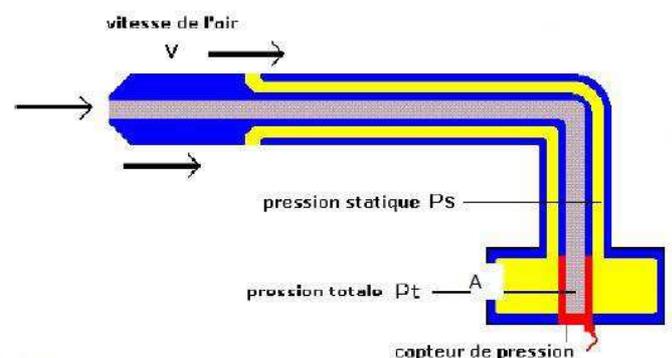
$$\Leftrightarrow \Delta P = \text{Pression terminale} - \text{Pression latérale} = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2$$

Position 3 : mesure de la **pression d'aval** (flux avec vitesse négative)

Vitesse d'écoulement :

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$$

Les sondes ou tubes de Pitot sont utilisés en aéronautique pour mesurer la vitesse de déplacement d'un avion.



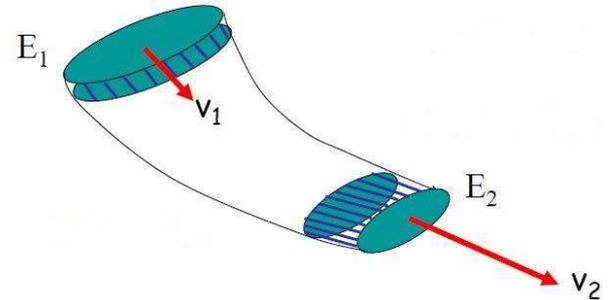
5) Dynamique d'un fluide réel

Fluide réel : soumis à des forces de frottements internes liées aux parois du vaisseau et aux interactions entre les différentes couches moléculaires du fluide

Perte d'énergie sous forme de chaleur → perte de charge $\Delta E = E_1 - E_2$ (résistances à l'écoulement)

$$\Rightarrow E = E_C + E_p + \text{chaleur} = \text{constante}$$

$$P_1 + \rho gh + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho gh + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 + \Delta E$$



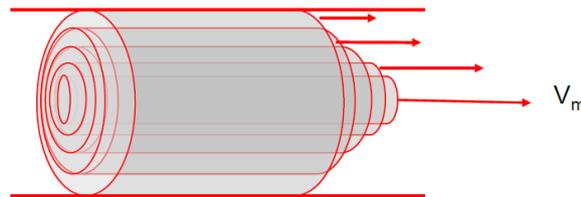
Analogie de l'écoulement avec le courant électrique continu

<i>Hydrodynamique</i>	<i>Electricité</i>
Débit Q (Volume par seconde)	Intensité I (Charge écoulée par seconde)
Charge E (Energie par unité de volume) $P + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2$	Potentiel V (Energie par quantité d'électricité)
Puissance dépensée P $P = (E_1 - E_2)Q$	Puissance dépensée P $P = (V_1 - V_2)I$

6) Viscosité d'un fluide réel

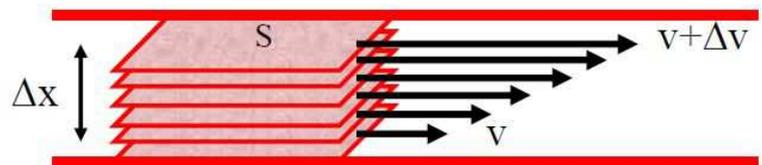
Fluide réel : frottement des molécules les unes par rapport aux autres lors de l'écoulement → perte de charge

Notion de **viscosité d'un fluide** : importance des interactions de frottement entre couches moléculaires et plus particulièrement des forces de cisaillement mises en jeu lors du glissement, les une sur les autres, des lames parallèles concentriques à des vitesses différentes



Force de frottement entre chaque lame

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{\Delta v}{\Delta x}$$



S : surface de contact

Δx : différence de distance

Δv : différence de vitesse entre deux lames contiguës

Le rapport $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ représente le gradient de vitesse ou **taux de cisaillement** entre deux lames

η : **coef. de viscosité** exprimé en Poiseuille, dépend des conditions de température (diminue si la T° augmente) et de pression

Coef. de viscosité de quelques fluides

Air (20°C)	$1,8 \cdot 10^{-5}$
Eau (20°C)	10^{-3}
Glycérine (20°C)	0,8
Sang (37°C)	$4 \cdot 10^{-3}$ à $7 \cdot 10^{-3}$

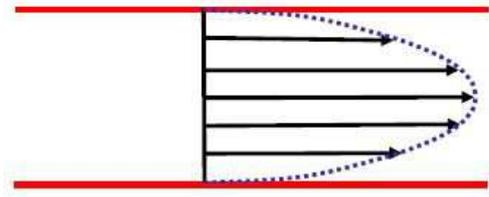
Fluides newtoniens : η indépendant du taux de cisaillement

⇒ La relation précédente s'applique parfaitement (ex. de l'eau)

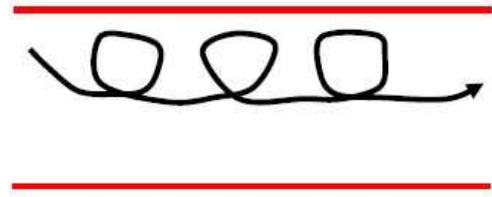
Fluides non newtoniens : η varie en fonction du taux de cisaillement, la viscosité diminue lorsque le gradient de vitesse augmente (ex. du sang)

III. Régimes d'écoulement des fluides newtoniens

Fluide visqueux newtonien : 2 régimes possibles d'écoulement en fonction de la vitesse moyenne (débit) des molécules



Régime laminaire : trajectoire linéaire
Vitesse faible



Régime turbulent : tourbillons
Vitesse élevée

1) Régime laminaire et loi de Poiseuille

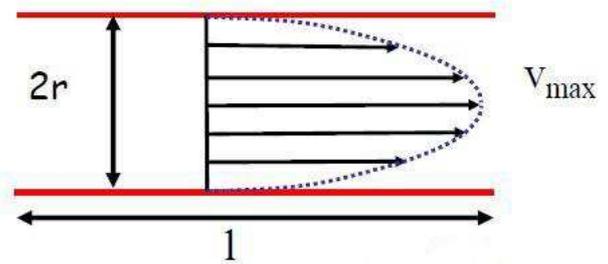
Régime laminaire : la vitesse moyenne du fluide ne dépasse pas un certain seuil

⇒ **Profil de vitesse parabolique**

$$v_{max} = \frac{r^2}{4\eta} \frac{\Delta E}{\Delta l}$$

r : rayon du conduit

$\Delta E / \Delta l$: perte de charge par unité de longueur



La vitesse est maximale au centre du conduit.

La vitesse décroît pour devenir nulle au niveau des parois du conduit, en raison des frottements qu'elles engendrent, ce qui provoque une adhésion du fluide à la surface des parois.

Loi de Poiseuille : quantifie le débit Q d'un écoulement laminaire

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta E}{\Delta l} \quad (m^3 \cdot s^{-1})$$

Q : ($m^3 \cdot s^{-1}$)

ΔE : (Pa)

Conséquences de la loi de Poiseuille

- **Débit très sensible aux variations du rayon** : seule une forte variation du gradient de pression peut maintenir le débit constant

- **Vitesse moyenne d'écoulement**

$$v_{moy} = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{r^2}{8\eta} \frac{\Delta E}{\Delta l} \quad \text{soit} \quad v_{moy} = \frac{v_{max}}{2}$$

- **Loi d'Ohm (perte de charge)** $\Delta E = \frac{8\eta \cdot \Delta l}{\pi r^4} \cdot Q$

- **Résistance mécanique à l'écoulement** $R = \frac{8\eta \cdot \Delta l}{\pi r^4}$

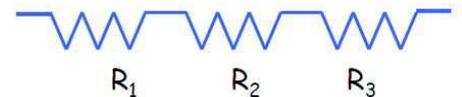
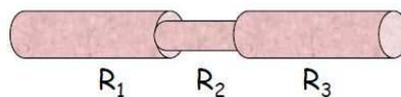
Analogie dynamique des fluides - courant électrique continu

	<i>Écoulement laminaire</i>	<i>Electricité</i>
Écoulement	Débit Q	Intensité I
Perte de charge	ΔE (différence de pression)	ΔV (ddp)
Résistance	Résistance mécanique $R = \frac{8\eta}{\pi r^4} \Delta l$	Résistance électrique R
Loi d'Ohm	$\Delta E = \frac{8\eta}{\pi r^4} \Delta l Q = RQ$	$\Delta V = RI$
Puissance dépensée	$P = \Delta E Q = RQ^2$	$P = \Delta V I = RI^2$

Conséquences directes de la loi d'Ohm

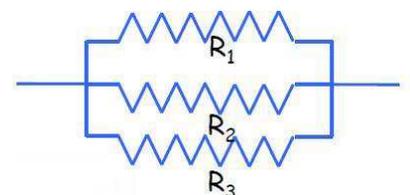
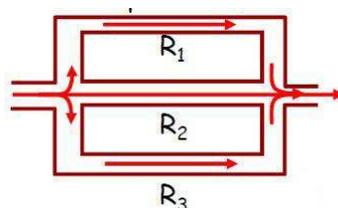
- **Résistances mécaniques en série**

$$R = \sum_{i=1}^N R_i$$



- **Résistances mécaniques en parallèles**

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$



2) Régime turbulent (débit élevé)

Régime turbulent : la vitesse du fluide augmente et prend un caractère tourbillonnaire, comportement des écoulements difficilement prévisible

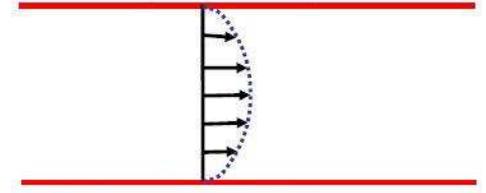
⇒ **Profil de vitesse non parabolique mais aplati**

Perte de charge non proportionnelle au débit

⇒ Lois de Poiseuille et d'Ohm non applicables

Turbulences

- ⇒ Forte consommation d'énergie
- ⇒ Bruyantes : souffle à l'auscultation



3) Nombre de Reynolds

Régime d'écoulement dépend :

- de la **nature du fluide** (masse volumique ρ , viscosité η)
- du **conduit** (diamètre d)
- de la **vitesse moyenne** v_{moy} de l'écoulement

Nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{\rho \cdot d \cdot v_{\text{moy}}}{\eta} \quad (\text{sans dimension})$$

- Si $R_e < 2400$: **régime toujours laminaire**
- Si $R_e > 10000$: **régime toujours turbulent**
- Si $2400 < R_e < 10000$: **régime transitoire instable** (passe d'un régime à l'autre)

4) Application : régime d'écoulement dans les vaisseaux

Dans les conditions physiologiques, écoulement du sang **presque toujours laminaire**

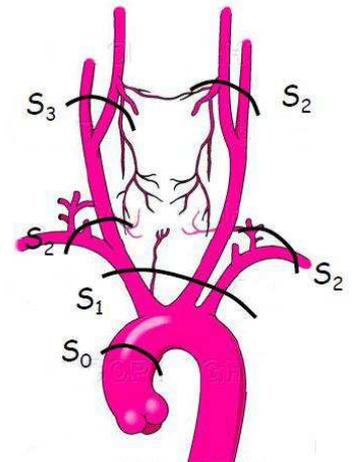
a) Conditions physiologiques de repos

Dans l'aorte : v_{moy} du sang $\approx 0,4 \text{ m.s}^{-1}$ et $R_e = 1600$

⇒ **Écoulement laminaire**

Dans les autres vaisseaux : au cours de la division des vaisseaux, diminution de v_{moy} car augmentation de S_{totale} (équation de continuité)

⇒ **Écoulement laminaire**



b) Effort intensif

Augmentation du débit cardiaque et de v_{moy} donc R_e augmente

⇒ **Apparition d'un régime instable** pouvant entraîner des turbulences (ex : souffle systolique non pathologique chez l'enfant)

c) Anémie

Forte diminution de la viscosité du sang (car forte diminution du nombre de globules rouges) donc augmentation de v_{moy} (loi de Poiseuille) et de R_e

⇒ **Apparition de turbulences** : souffle systolique cardiaque fonctionnel (disparaît si correction de l'anémie par transfusion)

d) Sténose vasculaire

Diminution du rayon du vaisseau donc augmentation de v_{moy} et de R_e : le rayon diminue moins vite que v_{moy} augmente (équation de continuité)

⇒ **Apparition d'un souffle systolique vasculaire**

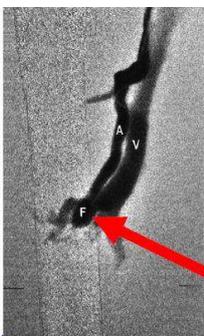
e) Fistules artérioveineuses

Communication directe entre le réseau artérielle à haute pression et le réseau veineux à basse pression :

⇒ ΔP élevé entre secteurs artériel et veineux : perte de charge ΔE importante et augmentation de v_{moy} (loi de Poiseuille)

⇒ Écoulement turbulent avec **apparition d'un souffle à renforcement systolique**

Exemples : traumatisme dans la cuisse ou persistance du canal artériel (joint aorte et artère pulmonaire)



Fistule artérioveineuse fémorale profonde

